ISSN: 2448 - 6574

La lógica matemática como base en la formación de licenciados en matemáticas aplicadas, una experiencia de aprendizaje en una universidad pública

Cruz Luis Javier Camarillo López
cruzlj_xa@hotmail.com

Yolanda Flores Trejo
floresyolanda65 yahoo.com.mx

José Manuel Minor Franco
minortlax@yahoo.com.mx

Resumen

La presente ponencia describe la manera de cómo se desarrolló una experiencia de aprendizaje en los alumnos como parte del hacer como docente realizada con lo que es la introducción a la lógica matemática, en un grupo de primer semestre de la licenciatura en matemáticas aplicadas de la Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Tlaxcala (UATx). Resaltando a la trascendencia que tiene la relación entre la lógica y la matemática, lo que permite formular una teoría de inferencia completamente explícita que se adecua a todos los ejemplos típicos del razonamiento deductivo en donde se aplique el pensamiento matemático. El objetivo central fue la demostración de que la enseñanza de la lógica matemática al principio de una carrera profesional como es las matemáticas aplicadas le proporciona una base razonada al estudiante de lo que es la solución de los problemas prácticos y concretos.

Palabras clave

Lógica matemática, Proyecto curricular, docencia universitaria, experiencia de aprendizaje.

Planteamiento del problema

Considerando la necesidad de nuevos contextos de aprendizaje, enmarcados por la presencia e influencia de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), y la manera en que su uso modifica nuestra vida, es trascendental retomar elementos que se han descuidado y que hasta las últimas décadas del siglo XX eran de suma trascendencia en la formación de los profesionistas de carreras universitarias troncales como la enseñanza de la lógica matemática en ingenieros, informáticos y desde luego matemáticos.

Por ello, es importante la implementación de la lógica matemática como base en la formación de licenciados en matemáticas aplicadas, como una experiencia de aprendizaje a partir de que cada estudiante construye su propios saberes y adquiere conocimientos que son los cimientos de su formación que cada día debe estar consolidada y aplicada a situaciones de la realidad le presenta en el campo de su formación y desde luego en lo personal.

Justificación de la indagación

Para Suppes y Hill (2000), la lógica es la disciplina que se ocupa de los métodos de razonamiento, suministrando reglas que nos permiten decidir si una argumentación, una deducción, o proposición es correcta es correcta o no. Es la base del pensamiento matemático y tiene una aplicación en todos los campos del hacer humano. A continuación se presentan los elementos teóricos que sustentaron la presente indagación. Por ello, la justificación de ésta indagación giró en torno a conocer lo que experimentan los alumnos de la licenciatura en matemáticas cuando aprenden a conocer y aplicar la lógica como parte de su formación

Fundamentación teórica

La *lógica matemática* inicia con la manera en se plantean las proposiciones desde su simbolización siendo la teoría que la fundamenta la siguiente.

Simbolización de proposiciones

Por lo que, "con el estudio de lógica se persigue llegar a ser preciso y cuidadoso. La lógica tiene un lenguaje exacto" (Suppes y Hill, 2000: 1). Las proposiciones tienen una forma lógica a la que se le da un nombre. Siendo estas las proposiciones *atómicas* y las *moleculares*. Las primeras son simples o básicas y cuando se juntan se forman las *moleculares.* Un ejemplo de las primeras es: **Hoy es primero de mayo,** pero si le agregamos **Hoy es primero de mayo y por lo tanto no se trabaja,** se forma la proposición *molecular.*

La *forma* de las proposiciones moleculares construidas depende del término de enlace seguido, no del contenido de la preposición o proposiciones atómicas. Esto es, "si una proposición molecular se sustituye las proposiciones *atómicas* por otras proposiciones atómicas cualesquiera,

ISSN: 2448 - 6574

la forma de la proposición *molecular* se conserva. La misma manera de escribir el término de enlace <<si…, entonces…>> lo indica, ejemplos:

- Si x>0 entonces y=2.
- Si usted trabaja entones tendrá una paga.

Los símbolos para las proposiciones

Para Suppes y Hill (2000), los símbolos que se usan para representar proposiciones son letras mayúsculas tales como <<**P**>>, <<**Q**>>, << **R**>>, << **S**>>, <<**A**>> y <<**B**>>. Por ejemplo:

P= El río Bravo es profundo (y)
Q= los campos son bañados por sus aguas

Utilizando <<**P**>> y <<**Q**>> queda simbolizado de la siguiente manera:

(P) y (Q)

Inferencia lógica

Teniendo la fundamentación de cómo se da la simbolización, se puede uno dirigir hacia la *inferencia lógica,* en donde se establecen *las premisas* que darán paso a la fundamentación de lo que se quiere decir y cómo se quiere decir. Esto es, que existen dos tipos de *premisas* las *verdaderas* y las *falsas,* por lo que, se pueden inferir que si son verdaderas las *premisas* deberán dar como resultado conclusiones verdaderas. Ejemplo:

Premisa 1.- Si no lleve, entonces el río no llevará mucha agua.
Premisa 2.- No llueve
Conclusión: El río no llevará mucha agua.

La regla de inferencia tiene un nombre latino; *modus poniendo pones.* Entre algunos ejemplos de ésta regla tenemos:

Premisa 1.- Si él está en el salón de clases, entonces él está dentro de la Facultad de Ingeniería de la Universidad.
Premisa 2.- Él está en el salón de clases.
Conclusión Él está dentro de la Facultad de Ingeniería de la Universidad.

Simbólicamente, el segundo ejemplo se representa así:

Premisa 1.- **P** ⟶ **Q**

Premisa 2.- **P**

Conclusión**:** **Q**

La *regla modus poniendo pones* permite pasar de dos premisas a la conclusión (Suppes y Hill, 2000). Decir que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas, es decir que siempre que las premisas son ciertas la conclusión es también cierta. Por otro lado, la regla que permite pasar de las dos premisas a la conclusión se denomina regla de adjunción y se utiliza la & ingresa. De manera simbólica se ilustra así:

De las premisas ⟶ **P**

Q

Se puede concluir **P & Q**

O se puede concluir **Q & P**

Certeza y validez

A través del razonamiento lógico se va aprendiendo que si las premisas son afirmaciones ciertas, entonces las conclusiones que se siguen son ciertas, situación que tratamos afirmar porque desde ésta manera en el razonamiento lógico encontramos dicha respuesta. El probar la validez de las proposiciones es una tarea que cada sujeto debe hacer en algún momento de su propio razonamiento (González, 2005).

Se pueden encontrar en los sujetos algunos razonamientos referentes a proposiciones en lenguaje corriente en las que se puede señalar que las premisas son afirmaciones ciertas y que las conclusiones son también ciertas (Suppes y Hill, 2000). Es importante señalar que en algunos casos en el que las premisas sean ciertas, la conclusión sea falsa.

Por otro lado, "se puede decir que un razonamiento es válido sólo cuando se puede sostener la afirmación indicando cada una de las reglas de inferencias empleadas para cada proposición inducida" (Suppes y Hill, 2000: 112).

ISSN: 2448 - 6574

Ejemplo; Supónganse que alguien sugiere como regla de inferencia que si se tiene la proposición **P** $\longrightarrow$ **Q**, entonces se puede deducir como regla que si se tiene la proposición **-- P** V **Q**. De otra forma, que si **P** $\longrightarrow$ **Q** es una proposición cierta, entonces la proposición **– P** V **Q** ha de ser siempre cierta.

Se empezara con la concepción de que cada proposición ha de tener un *valor de certeza*, cada proposición ha de ser cierta o falsa. Por ello es importante señalar que "el valor de la certeza de una proposición cierta es *cierto,* y el valor de la certeza de una preposición falsa es *falso"* (Suppes y Hill, 2000: 113).

Tablas de certeza

Todas las reglas de certeza funcional que se utilizan para *proposiciones moleculares* pueden reunirse en forma de tablas. Para Suppes y Hill (2000), estas tablas básicas de certeza indican rápidamente si una proposición *molecular* es cierta o falsa o si se conoce la certeza o falsedad de las predisposiciones que las forman.

Tabla 1.- Tabla básica de certezas

Negación		Conjunción			Disjunción		
P	**--P**	**P**	**Q**	**P & Q**	**P**	**Q**	**P v Q**
C	**F**	**C**	**C**	**C**	**C**	**C**	**C**
F	**C**	**C**	**F**	**F**	**C**	**F**	**C**
		F	**C**	**F**	**F**	**C**	**C**
		F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

Fuente: Suppes y Hill (2000).

Por su parte, la inferencia válida del *modus tollendo pones* se considera el error de afirmar el consecuente. "Lo que se pretende es mostrar cómo se puede utilizar el análisis de las tablas de certeza para demostrar que se trata de un error" (Suppes y Hill, 2000: 166). Esta inferencia errónea tiene la forma:

P $\longrightarrow$ **Q**

Q

P

ISSN: 2448 - 6574

Las premisas son **P** $\longrightarrow$ **Q** y **Q,** la conclusión es **P.** Puesto que se tienen dos proposiciones atómicas, **P** y **Q.** En los siguientes ejercicios encontraremos la manera de explicar los diagramas de certeza para hallar sus verdaderos valores:

<<Benito Pablo Juárez nació antes que Porfirio Díaz Mori>> (cierta).
<<Lázaro Cárdenas del Río nació antes que Ernesto Zedillo>> (cierta).
<<Miguel Hidalgo y Costilla nació antes que José López Portillo>> (falso).
<<Josefa Ortiz de Domínguez nació antes que Beatriz Paredes Rangel>> (falsa).

Términos, predicados y cuantificadores universales

En este parte se analiza la estructura lógica de las proposiciones atómicas. Por ello se puede plantear la siguiente cuestión; “las reglas de inferencia hasta ahora consideradas, permiten hacer todas las inferencias de deducir todas las conclusiones que se pueden pensar como válidas” (Suppes y Hill, 2000: 166). Ejemplo:

Premisa: Todos los felinos son animales.
Premisa: Todos los leones son felinos.
Conclusión: Todos los leones son animales.

Pero también se puede representar de la siguiente manera:

Premisa: Todos los *F* son *A.*
Premisa: Todos los *L* son *F.*
Conclusión: Todos los *L* son *A.*

Sean *A, F Y L* objetos cualesquiera libremente escogidos. Siempre que la premisa sean ciertas se encontrará una conclusión cierta.

Poniendo **P, Q, R** en lugar de esas proposiciones el razonamiento se presenta en la forma:

P **P**remisa
Q **P**remisa
R **C**onclusión (Suppes y Hill, 2000).

Términos universales

Hay proposiciones atómicas universales, es decir su valor es en todo el mundo, estos algunos ejemplos que no tienen contradicción en la lógica del pensamiento:

ISSN: 2448 - 6574

- La raíz cuadrada de 25 es 5.
- Argentina está en el continente americano.
- C es más que XXXII.
- 4 por 20 es menor que 3 por 30
- La luna es el único satélite de la tierra.
- El hombre produce espermatozoides.
- La mujer ovula cada mes.
- La Universidad Autónoma de Madrid es pública. (González, 2005).

Especificación universal y leyes de identidad

De entrada, el cuantificador es el que define la valides de la proposición, por ello podemos encontrar las siguientes estructuras que infieren desde la lógica matemática la verdad:

> Cada ciudadano de Tlaxcala es un ciudadano de los Estados Unidos Mexicanos.
>
> El gobernador Marco Antonio Mena es un ciudadano de Tlaxcala.
>
> Por tanto, gobernador Marco Antonio Mena es un ciudadano de los Estados Unidos Mexicanos.

Se ha agregado al conjunto de instrumentos lógicos la notación para los cuantificadores universales. Sin embargo aquí es importante agregar la simbolización de las proposiciones de este razonamiento en la nueva notación de cuantificación, añadiendo las reglas de inferencia. Por ello se establece la siguiente estructura:

Definiendo: Cx --- *es un ciudadano de Tlaxcala, y Ux ---- x es un* ciudadano de los Estados Unidos Mexicanos, y b= gobernador Marco Antonio Mena, se puede simbolizar las premisas y la conclusión de este razonamiento por:

Demostrar: *Ub*

(1) (*Vx) (Cx* $\longrightarrow$ *Ux)*
(2) Cb

Una vez desaparecido el cuantificador, se aplica simplemente los métodos de deducción proporcional, siendo la estrategia la siguiente:

Paso 1 Simbolizar la premisa.

Paso 2 Especificación de objetos para eliminar cuantificadores.

Paso 3. Aplicar el método de inferencia proporcional para deducir una conclusión.

Tabla de verdad

La *tabla de verdad* de una proposición compuesta es una tabla de valores de verdad (V ó F) de la proposición en función de los valores de verdad (V ó F) de sus proposiciones componentes atómicas. A continuación describiremos la descripción de la tabla a partir de lo que es verdadero o falso:

Tabla 2.- Tabla de la verdad de la negación

V	F
F	V

Fuente: Suppes y Hill (2000).

Ejemplo: Hoy es martes: Hoy no es martes.

2 + 5 = 6 **no,** conclusión: 2+5= 7

Tabla 3.- Tabla de la verdad de la conjunción

V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fuente: Suppes y Hill (2000).

Las experiencias de aprendizaje

De entrada ¿qué son las experiencias de aprendizaje? El pedagogo argentino Lemus (2000) señala que:

> "Las *experiencias de aprendizaje es todo aquello que de manera novedosa o ajena permite al sujeto y de manera precisa al estudiante, adquirid elementos teóricos-conceptuales o prácticos para su desempeño tanto en la vida cotidiana como en la vida profesional "* (Lemus, 2000:26).

Por ello, es importante ver la manera en que lo aprendido permite utilizarlo para lo que realmente se necesita, esto es; que en la formación que adquiere el sujeto está en contacto con situaciones que le generen conocimientos nuevos o trascendentes para lo que es su propio interés. "Nada le debe ser ajeno en cuanto lo quiera y desee aprender" (*Lemus*, 2000:27).

En una formación profesional, si bien los estilos de aprendizaje se dan en campos muy generales (Lemus, 1998), se notan más en lo verbal y en lo visual. Lo que permite discriminar y dar más preferencia a lo que en un momento hará verdadera falta y que no quedará en una sola manifestación de interés. Por tanto, las experiencias de aprendizaje son generadas en situaciones muy peculiares como "el salón de clases, el laboratorio de informática, la computadora a través de la internet, la calle, la fábrica, el auto, en los libros, etc., sin embargo sólo se dará cuando manifieste situaciones de deseo e interés para el educado o el sujeto común" (Lemus, 2000:29).

Situación que se da y manifiesta desde la infancia, ya que cuando los papás leían un libro para narran algún cuento, fábula o situación, generaban en los niños y más tarde en los educandos, el interés por la lectura y por conocer más, Esto es lo que para Lemus (2000), son las experiencias que permite adquirir un aprendizaje y sobre todo hacerlo suyo o tenerlo permanentemente en la mente y en la práctica como algo que se utiliza o que se necesita para enfrentar la propia realidad tanto personal como profesional o laboral.

Sencillamente nadie aprende las experiencias de otros. Cada ser humano debe experimentar algo para aprenderlo o tomarlo, y en su momento aplicarlo. En la vida esto es muy peculiar, pero si no se tiene la intencionalidad nunca se logrará.

ISSN: 2448 - 6574

Objetivos

- Implementar el curso de lógica matemática como base fundamental en la formación de licenciados en matemáticas aplicada en la Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Tlaxcala.
- Registrar y presentar los resultados obtenidos a lo largo y al final del semestre, como parte medular en la formación de los profesionales de las matemáticas aplicadas, como parte de una experiencia de aprendizaje. .

Metodología

La estrategia metodológica de la implementación del curso de *Lógica matemática* como una experiencia de enseñanza se llevó a cabo en tres grandes momentos:

- Primer momento: se diseñó el programa de *Lógica matemática,* a partir de lo que es la intencionalidad del mismo, los objetivos, fundamento, contenidos, propuesta de enseñanza, estrategias de aprendizaje, elaborando un cronograma ya que éste se impartiría los días viernes en una sesión de 150 minutos (3 horas de clases) durante 16 sesiones.
- Segundo momento: se llevaron a cabo las 16 sesiones de clase con un total de 48 horas de clase, en donde la estrategia de enseñanza fue la introducción a los temas, el desarrollo, ejercicios y evaluación a lo visto durante el desarrollo del tema
- Tercer y último momento: registrar en cada una de las sesiones la manera en que los alumnos se apropiaban de manera individual de los temas y cómo a través de preguntas de su vida cotidiana o normal los podían comentar y trasladar a partir de lo que es la *Lógica matemática a su experiencia* tanto personal como de formación.

Conclusiones

A partir de registrar lo observado en cada una de las 16 sesiones de clases, en un grupo de 20 estudiantes de la licenciatura en matemáticas aplicada, se pudo observar y escuchar el interés delos alumnos por conocer qué es la lógica matemática de qué manera se plantea la simbolización de proposiciones, que parte es la esencial en la inferencia lógica, , lo que es la certeza y la validez de las proposiciones, cómo se plantean los términos, predicados y cuantificadores universales, así como la manera en que se explica la tabla de valores que en muchos casos muestran el responder en lo cotidiano, esto es; la negación de la negación resulta como la afirmación.

ISSN: 2448 - 6574
La lógica matemática permite en la formación de los licenciados en matemáticas aplicada, los elementos para construir sus propios saberes y conocimientos que son la base en la solución de problemas que tienen que ver con la lógica pero que desde luego se aplican a las matemáticas, esto es, que si uno más uno es dos, el sentido de razonar lo debe explicar en el hecho de la utilidad real que le da el conocimiento y no en la soberbia de decir “yo lo sé”. En donde además, la reflexión sobre los aprendizajes que se adquieren en una formación profesional, permiten tener los elementos y los cimientos para conocer el tipo de profesionistas que se logró y cuyo éxito se irá garantizando a lo largo de su desempeño profesional situación que remarca Lemus (1998) en las experiencias propias que genera el aprender para hacer y para la vida misma.

Referencias

Gonzáles, F. J. (2005) *Apuntes de lógica matemática.* Recuperado de www.2uca.es

Lemus, C. (2000). Experiencia de aprendizaje. Buenos Aires: Kapeluz Argentina.

Ivorra, C. (2000). *Lógica y teoría de conjuntos.* Valencia: Cuadernos de Matemáticas.

Suppes. P. y Hill, S. (2000). *Introducción a la lógica matemática.* Madrid: Reverté Ediciones.