ISSN: 2448 - 6574

La evaluación del aprendizaje matemático desde una enseñanza virtual

Erick Radai Rojas Maldonado
erickradai@gmail.com

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Área Temática: Evaluación del aprendizaje y del desempeño escolar

Resumen

El presente trabajo de investigación, se centra en proponer y evaluar el aprendizaje del concepto de límite a través de una serie de secuencias didácticas de modo tal que se abordó la enseñanza del concepto de límite como una manera alternativa a la que actualmente se enseña por la definición de Cauchy. Se diseñó un modelo metodológico en entornos virtuales que integra un conjunto de elementos coherentes que favorece el aprendizaje y promueve el desarrollo de competencias específicas en los estudiantes utilizando la tecnología para su comprensión y desarrollo. Este proyecto fue aplicado en el Colegio Primitivo y Nacional de San Nicolás de Hidalgo, en el bachillerato de ingeniería y arquitectura, mediante la metodología de investigación-acción. Se seleccionaron evaluaciones de periodos anteriores donde la enseñanza fue bajo un esquema tradicional. En el semestre 2015/2016 se instruyó bajo la propuesta que se señala en Secuencias Didácticas (Rojas, 2015). Se aplicó estadística no paramétrica para obtener conclusiones respecto de las variables en consideración y así establecer criterios de validación. El resultado fue una ligera mejora en el aprovechamiento, sin embargo, se manifestaron actitudes del estudiante referente al interés de aprender.

Palabras clave: evaluación, innovación, matemáticas, tecnología

Planteamiento del problema

Dada la experiencia, los alumnos mecanizan y no desarrollan la habilidad de calcular límites, por lo que no entienden lo que están haciendo o no pueden utilizar dicho concepto en la resolución de problemas; muchas veces, ante un problema relacionado con el no pueden ni siquiera hacer un planteamiento adecuado. Esto incide en un alto índice de reprobación en las matemáticas. Especialmente cuando se aborda el conncepto de límite del cálculo diferencial. Por lo que es pertinente diseñar un modelo metodológico de aprendizaje utilizando el software Mathematica, para integrar un conjunto de elementos coherentes que favorezcan a la comprensión del concepto de límite a través del Método de Fermat.

Justificación

El concepto de límite es un elemento indispensable en la estructura matemática, para comprenderlo es preciso abrir los sentidos y disponer nuestro razonamiento.

Por ejemplo, el derrumbe de un edificio por el movimiento de un temblor, se dice que éste sobrepasó su límite de resistencia y como consecuencia se cayó; o en el caso de una liga o un resorte, si se rebasa el límite de elasticidad se produce una deformación permanente.

El cálculo de tangentes a una cónica fue un problema planteado en la antigüedad, y su solución es por medio del cálculo de límites para toda curva. La idea de límite que se usa para hallar tangentes y velocidades dio origen a la idea central del cálculo diferencial.

Hoy en día el cálculo representa una magnífica herramienta de trabajo en todas las áreas de la ciencia, por ejemplo, se utiliza en economía al calcular el costo marginal y el ingreso marginal para obtener una utilidad máxima. En biología, para analizar la velocidad con que un virus como el VIH muta aleatoriamente con el fin de comprender su comportamiento y propagación.

Marco teórico

La enseñanza de la Matemática en el bachillerato tiene la tarea de contribuir a la preparación de los educandos para la vida laboral, económica y social, de manera que dispongan de sólidos conocimientos que les permitan interpretar los avances de la ciencia y la técnica; que sean capaces de operar con ellos con rigor y exactitud, de modo consciente; y de que puedan aplicarlos de manera creadora a la solución de los problemas en las diferentes esferas de la vida, además del aprovechamiento de todas las potencialidades que esta asignatura ofrece para contribuir al desarrollo de las capacidades intelectuales y la educación político- ideológica (MGO, 1980).

El tema de Límites, es uno de los más complicados que tiene el Cálculo Diferencial pues ésta complejidad está reconocida por numerosos autores, como por ejemplo Cornu (1983) y Sierpinska (1985) manifiestan que la enorme dificultad de la enseñanza y del aprendizaje del concepto de límite se debe a su riqueza y complejidad tanto como al hecho de que los aspectos cognitivos implicados no se pueden generar puramente a partir de la definición matemática. Los estudios de Cornu demostraron que los alumnos tienen “concepciones espontáneas personales” que provienen de su experiencia cotidiana. Dichas concepciones son muy resistentes al cambio y permanecen durante mucho tiempo de manera que pueden contener factores contradictorios que se manifiestan según las situaciones.

Son numerosos los obstáculos que antes y después de la enseñanza manifiestan los alumnos con respecto al concepto de límite. En lo que se refiere a este concepto, Cornu (1983) identifica los siguientes obstáculos epistemológicos:

1. Sentido común de la palabra límite, lo que induce a concepciones persistentes de límite como barrera infranqueable o como último término de un proceso.
2. Sobregeneralización de las propiedades de los procesos finitos a los procesos infinitos.
3. Aspecto metafísico de la noción, ligado con el infinito, ya que introduce una nueva forma de razonamiento.
4. Los conceptos infinitamente grandes y cantidades infinitamente pequeñas.

La consideración de los obstáculos es fundamental para el estudio, sistematización, análisis y explicación de los errores que se presentan e1 el pensamiento científico. En el proceso de construcción de los conocimientos van a aparecer de forma sistemática errores y por lo tanto se deberá incluir en dicho proceso actividades que promuevan el diagnóstico, detección, corrección y superación de errores, promoviendo una actitud crítica de los alumnos sobre sus producciones.

En un documento posterior, Cornu (1991) resalta la transmisión didáctica de estos obstáculos. Así mismo,

Sierpinska (1985) propone una serie de obstáculos epistemológicos, basándose en la génesis histórica del concepto, y posteriormente (Sierpinska,1990), presenta una lista de obstáculos asociados al límite secuencial y los actos de comprensión necesarios para superarlos.

Al realizar un estudio sobre el concepto de límite de una función en alumnos universitarios, Tall (1991) propone presentarles situaciones adecuadas que provoquen conflicto cognitivo originando un desequilibrio que los conduzca a la superación de los obstáculos epistemológicos presentes en la enseñanza de este concepto. Se deberá favorecer la integración de las tres representaciones sobre el límite funcional: gráfica, numérica y simbólica.

Artigue (1995), describe tres grupos de dificultades en el aprendizaje, asociadas a la complejidad de los objetos, al concepto de límite y al número real. Asimismo, señala la “dificultad de separarse de una visión de límite en simples términos de proceso para disociar con claridad el objeto límite del proceso que ha permitido construirlo para dotarlo de una identidad propia”.

En sus investigaciones referidas a las ideas relacionadas con proceso/objeto para el caso del límite, Cottrill et al.(1996) señalan que la dificultad en comprender el concepto de límite radica en que esto requiere la reconstrucción de dos procesos coordinados:

(x→ a, f (x)→ L) como un proceso descrito como $0 < |x - a| < \delta$ implica $|f(x) - L| < \varepsilon$ Para todo ε > 0 existe δ > 0

Este proceso coordinado tiene dificultad en sí mismo y no todos los alumnos pueden construirlo inmediatamente

Objetivos

Evaluar el aprendizaje logrado bajo la propuesta de Secuencias Didácticas para la enseñanza del Concepto de Límite en el Cálculo. (Rojas, 2015)

Método

Una de las vías para romper con los esquemas tradicionales de enseñanza de la Matemática es el perfeccionamiento de los métodos y los medios de enseñanza, para lograr que los alumnos se apropien de la esencia del conocimiento a fin de aplicarla de forma creadora en la adquisición de nuevos conocimientos y en la solución de problemas propios de la carrera.

La estructura para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, que se propone consta de 3 módulos fundamentales, interrelacionados entre sí:

1. Módulo “Las Líneas Secantes”
2. Módulo “Elaborando una animación”
3. Módulo “Usando Límites para encontrar las pendientes de la tangente”

La investigación se circunscribe bajo un paradigma de investigación-acción. Para la recolección de datos, se utilizó la encuesta donde como instrumento fue el examen. Se aplicó estadística no paramétrica con el objetivo de llegar a conclusiones sobre las variables consideradas y establecer criterios de validación. Haciendo una comparación con evaluaciones históricas donde el proceso de enseñanza fue de manera tradicional.

Resultados

Se evalúo la unidad correspondiente a Límites de acuerdo con un modelo de examen y los resultados obtenidos se arrojan en la siguiente tabla.

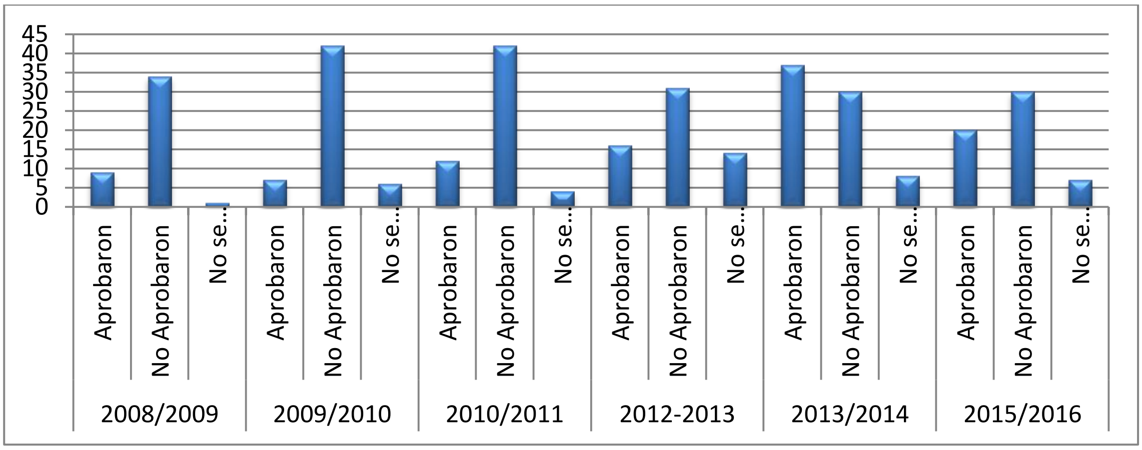


Figura 1 Evaluación de alumnos correspondiente a la unidad temática de Límites. Fuente: Rojas, E. (2016)

Una representación de los datos en una gráfica de columna apilada 100% se considera pertinente mostrar

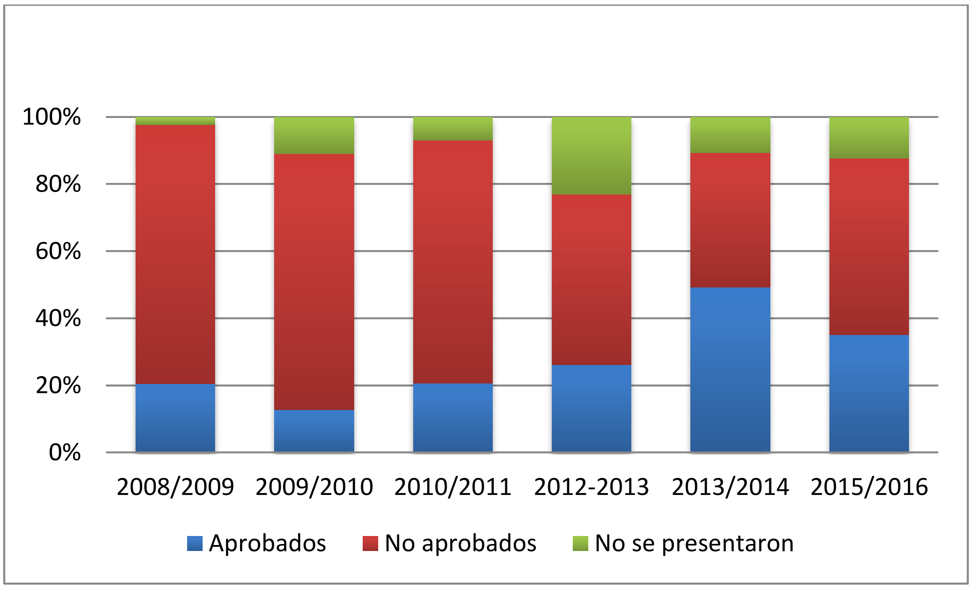
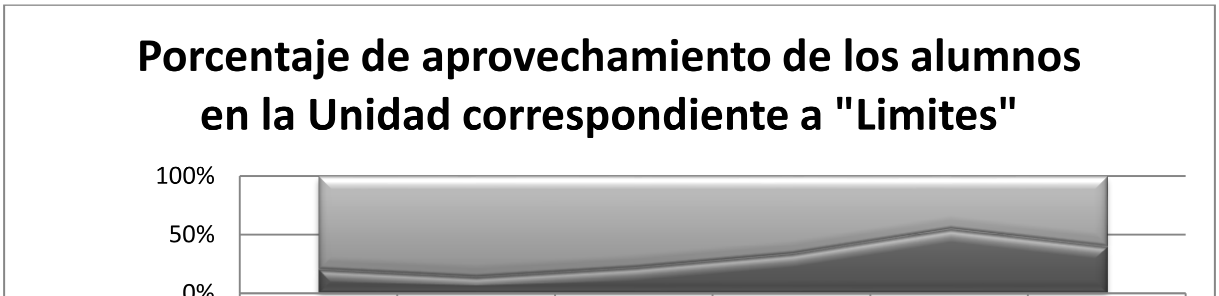


Figura 2 Gráfica de la evaluación de los alumnos de manera global en columna apilada 100%. Fuente: Rojas, E. (2016)



	2008/2009	2009/2010	2010/2011	2012-2013	2013/2014	2015/2016
No aprobados	34	42	42	31	30	30
Aprobados	9	7	12	16	37	20

Figura 3 Aprovechamiento de los alumnos por semestres. Fuente: Rojas, E. (2016)

	Sin TIC 2013/2014	**Con TIC 2015/2016**	**SUMA[1]**
Promedio	5.64	3.4	4.70
Mediana	6.6	3.15	3.3

Tabla 1 Comparativa de los promedios y medianas de las evaluaciones obtenidas en el 2013/2014 y 2015/2016 Fuente: Rojas, E. (2016).

ISSN: 2448 - 6574

En esta tabla se puede mostrar el promedio que se venían conservando en los periodos evaluados. Y se atisba un decremento tanto en el Promedio como en la Mediana de las evaluaciones en el periodo 2015/2016 con el periodo anteriormente evaluado.

Analizando los valores del periodo 2013/2014 y 2015/2016 obtenidas en las evaluaciones correspondientes a la unidad temática de límite en la asignatura del Cálculo Diferencial podemos configurar la siguiente tabla.

	Sin TIC 2013/2014	**Con TIC 2015/2016**	**SUMA**
NO aprobaron	30	30	60
Aprobaron	37	20	57
SUMA	67	50	117

Tabla 2 Matriz de evaluaciones reales. Fuente: Rojas, E. (2016).

A los cual, nos cuestiona ¿existe relación entre el aprendizaje y la tecnología?

Para responder a ello, nos referiremos a la prueba de Chi-cuadrado [2] dado que n=117 es y valor grande; por lo que podemos formular la siguiente tabla de valores esperados.

	Sin TIC 2013/2014	**Con TIC 2015/2016**
No aprobaron	34.35897436	25.64102564
Aprobaron	32.64102564	24.35897436

Tabla 3 Matriz de evaluaciones esperadas. Fuente: Rojas, E. (2016).

Donde concretamente , el estadístico de contraste se obtiene $x^{2^*} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ con $(n-1)(k-1)$ grados de libertad.

Formulamos las hipótesis

Hipótesis nula H_o: El aprendizaje del límite es independiente de la aplicación de un software.

Hipótesis alternativa H_a: El aprendizaje del límite es independiente de la aplicación de un software.

Realizando los cálculos correspondientes se obtiene $Valor\ de\ P = 0.10314906$ y $Valor\ Prueba\ X^2 = 2.65616654$

Dado que $Valor\ de\ P > 0.05$ podemos concluir que es válida la Hipótesis *nula H_o*

Es decir, El aprendizaje del límite es independiente de la aplicación de un software.

Ahora bien, es preciso cuestionar, ¿Existe alguna mejoría en involucrar software en la enseñanza de la Unidad temática de límite?

Para responder esta interrogante, nos auxiliamos del valor de la mediana de la suma de ambos periodos, que en este caso equivale a $M = 3.3$

	Sin TIC 2013/2014	**Con TIC 2015/2016**	**SUMA**
Valores menores a la Mediana	17	25	42
Valores mayores o iguales a M	50	25	75
SUMA	67	50	117

Tabla 1 Matriz de frecuencias reales con respecto a la Mediana globalizada. Fuente: Rojas, E. (2016).

Aplicamos nuevamente la prueba de Chi-cuadrado.

Donde se obtiene la matriz de frecuencias esperadas

	Sin TIC 2013/2014	**Con TIC 2015/2016**
Valores menores a la Mediana	24.05128205	17.94871795
Valores mayores o iguales a M	42.94871795	32.05128205

Tabla 2Matriz de frecuencias esperadas con respecto a la Mediana globalizada. Fuente: Rojas, E. (2016).

Formulamos las hipótesis

Hipótesis nula H_o : El uso de software no mejora la comprensión de los límites

Hipótesis alternativa H_a : El uso de software mejora la comprensión de los límites

Realizando los cálculos correspondientes se obtiene $Valor\ de\ P = 0.006013091$

y $Valor\ Prueba\ X^2 = 7.54637527$

Dado que $Valor\ de\ P < 0.05$ podemos concluir que es válida la *Hipótesis alternativa H_a*. Es decir, el uso de software mejora la comprensión de los límites.

Conclusiones

Es evidente que en la educación no se debe de escatimar ni recursos, ni esfuerzos. Se tuvo una mejora en la aplicación de secuencias didácticas incorporando las TIC, no de manera vertiginosa como se esperaba.

Pero a pesar del esfuerzo por parte de los docentes de modo de innovar e incorporar material didáctico, los resultados han demostrado que no son del todo satisfactorios.

Es pertinente señalar que el alumno es responsable de su aprendizaje. Es decir, que buscan el mecanismo adecuado para aprender pero siempre y cuando tengan la necesidad de ello.

Hoy en día es pertinente señalar que esta necesidad no se ve reflejada por parte de los alumnos.

Ellos pertenecen a una generación donde la tecnología se involucra y se vive el día a día. Pero al verse incorporada a la educación se llega a considerar que los resultados pueden ser inmediatos en una tarea o investigación y que no requiere el mayor conocimiento que el copiar y pegar resultados.

El manejo algebraico continúa siendo la herramienta sustancial para el desarrollo de la ciencia matemática, pero la herramienta para resolver problemas es la tecnología. El fin que se quiere lograr, dependerá del modelo educativo.

Referencias

Artigue, M. (1995), “El lugar de la didáctica en la formación de profesores”, en *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. México :Grupo Editorial Iberoamericano

Cornu, B. (1983) *Apprentissage de la notion de límite: conceptions et obstacles.* Thèse de 3ème cycle, Mathématiques. Grenoble: Université I de Grenoble.

Cornu, B. (1991). Limits. En D. Tall (ed.): Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht: Kluwer, 153-166.

Cottrill, et al (1996) *“Understanding the Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Schema”.* Journal of Mathematical Behavior. 15, 167-192

OECD. (2015). *Students, Computers and Learning: Making the Connection.* Recuperado el 12 de 12 de 2015, de PISA: http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en

MGO (1980) Manual General de Organización. Extraído el 20 de Julio del 2011.

ISSN: 2448 - 6574
http://www.informacionpublica.umich.mx/Docs/Manual%20General%20de%20Organizacion.pdf

Rojas, E. R. (2015). Secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en el cálculo. *Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 2*(2), 63-76.

Sierpinska, A. (1985) Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 6.1, 5-67.

Tall, D. (1991) *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking*. En: David Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-21). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.