



ISSN: 2448-6574

Senderos en la adquisición del razonamiento pre-algebraico en alumnos de educación primaria

María del Rocio Juárez Eugenio
rocil_1978@hotmail.com

María Anabell Aguilar Zaldívar
bellz40@hotmail.com

Norma Hernández García
norma_nhg@hotmail.com

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Benemérito Instituto Normal del Estado "Gral. Juan Crisóstomo Bonilla"

Práctica curricular: Docentes y alumnos, los actores del currículo.

Resumen

En México, seis de cada diez niños que cursan sexto año de educación primaria se encuentran en el nivel I de los resultados de la prueba PLANEA (2015) en el área de matemáticas; lo cual implica que apenas pueden resolver operaciones matemáticas con números naturales. El objetivo de la presente investigación fue contribuir a la mejora del aprendizaje de las matemáticas a partir de propiciar el desarrollo del razonamiento pre-algebraico en alumnos de una escuela pública del estado de Puebla que cursaban el sexto año de educación primaria, a través de una serie de situaciones didácticas para encontrar el valor faltante, resolver problemas matemáticos y determinar patrones y sucesiones de figuras geométricas.

El diseño de la investigación fue cuasi-experimental, el instrumento que nos permitió recabar información fue un cuestionario el cual fue validado por expertos en el área de matemáticas y aplicado a los niños en dos momentos (pre-test y pos-test). Los resultados muestran que al trabajar de manera gradual situaciones didácticas lograron desarrollar su nivel de razonamiento algebraico, pues al inicio sólo dos de cada diez lograron resolver los ejercicios; en cambio al final del periodo de trabajo fueron cinco de cada diez alumnos.

Palabras clave: razonamiento pre-algebraico, matemáticas, situaciones didácticas.

Planteamiento del problema

En México los resultados de las pruebas estandarizadas como PISA (2015), muestran que uno de cada cuatro estudiantes no alcanza el nivel dos de competencia, esto implica que los alumnos apenas pueden realizar procedimientos rutinarios, tales como operaciones aritméticas en situaciones donde las instrucciones les son dadas, pero tienen problemas identificando como una simple situación del mundo real puede ser representada matemáticamente.

El Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA, 2015) evidencia que seis de cada diez niños que cursan sexto año de educación primaria se encuentran en el nivel uno, los alumnos que se encuentran en este nivel apenas escriben y comparan números naturales; pero no resuelven problemas matemáticos sencillos.

El plan de estudios de educación primaria (SEP, 2012) considera que uno de los ejes de la educación matemática es sentido numérico y pensamiento algebraico, sin embargo los resultados de las pruebas estandarizadas muestran que los alumnos de educación primaria se encuentran en un desarrollo incipiente del álgebra.

Así, la finalidad de pre-álgebra es facilitar la transición de la aritmética al álgebra, dadas las dificultades y los errores que tienen los alumnos en álgebra, como consecuencia de un tratamiento insuficiente de lo aritmético y lo numérico en la educación primaria. Por lo cual se planteó la siguiente pregunta, la cual guió la investigación.

¿Cómo desarrollar el razonamiento pre-algebraico en alumnos de sexto grado de educación primaria?

El objetivo de la investigación fue:

Desarrollar el razonamiento pre-algebraico en alumnos de sexto grado de educación primaria.

Justificación

Para desarrollar el álgebra, se tiene que dar un paso previo que es el pre-álgebra, éste se apoya, en dos hechos esenciales. Uno, es la concepción de que el álgebra está presente
Debates en Evaluación y Currículum/Congreso Internacional de Educación: Currículum 2019 /Año 5, No. 5/ Septiembre de 2019 a Agosto de 2020.

cuando se hace uso del simbolismo algebraico, pero en el que la noción del simbolismo algebraico es una concepción mucho más amplia y va más allá de las escrituras formales de la aritmética generalizada. Dos, en la validez de las propuestas de organización de los estadios de desarrollo cognitivos en la que el álgebra ocupa el estadio de desarrollo formal y en consecuencia se considera fuera de las capacidades cognitivas de los alumnos en los primeros años de la educación primaria (González, 2012).

Cabe señalar que la orientación de pre-álgebra se encuentra en una fase de desarrollo inicial en los tres ámbitos que caracterizan la educación matemática: epistemológico, cognitivo y didáctico. No se tiene respuestas claras sobre qué tareas y formas de aprendizaje son algebraicas y cuáles no, qué tipo de evidencias se necesitan para evaluar la presencia de pensamiento algebraico (De Faria, 2013).

Fundamentación teórica.

Es necesario definir el concepto de álgebra, Drijvers y Hendrikus (2003) argumentan que el álgebra tiene sus raíces en la aritmética y depende fuertemente de su fundamentación aritmética, mientras que la aritmética tiene muchas oportunidades para simbolizar, generalizar y razonar algebraicamente. Sin embargo, Videla (2011) nos dice que ésta “se centra en las relaciones entre cantidades, las formas de representación de relaciones matemáticas y el análisis del cambio”. El álgebra escolar constituye uno de los temas centrales tanto en el currículo de la educación básica como en el ámbito de las investigaciones en didáctica de la matemática.

En la investigación realizada por Godino, (2012) “Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros”. Se presenta un modelo en el que se diferencian cuatro niveles de razonamiento algebraico elemental que pueden utilizarse para reconocer características algebraicas en la resolución de tareas matemáticas; el nivel se asigna de acuerdo a la actividad matemática que se realiza.

Los criterios básicos para definir los niveles de algebrización son: generalización (generación o inferencia de intensivos), unitarización (reconocimiento de entidades unitarias), formalización y ostensión (expresiones simbólico-literales), transformación (utilización de los objetos intensivos en cálculo y generalizaciones). Ésta propuesta de

niveles de algebrización nos presentó una oportunidad de identificar el nivel de algebrización en el que se encontraban los niños de la escuela primaria.

Metodología

El diseño de ésta investigación fue cuasi experimental y correlacional, de acuerdo con Roser Bono (2012) este tipo de investigación es la que mejor se ajusta a la investigación aplicada. Los estudios correlacionales permiten conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más conceptos, categorías o variables en un contexto en particular. Los sujetos que participaron en la investigación fueron veintitrés niños quienes cursaban el sexto grado de una escuela primaria del estado de Puebla; éstos oscilaban entre los once y doce años de edad.

Elaboración del instrumento

Se hizo un examen diagnóstico (Pre-test) considerando algunos ejercicios de PLANEA (2015) y de elaboración propia para identificar el nivel de pre-álgebra que tenían los niños; el instrumento fue validado por profesores de matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y de una maestra de una escuela primaria. En el cuadro siguiente se muestran los indicadores que conformaron el instrumento. Véase cuadro 1.

Cuadro 1. Indicadores que conformaron el pre-test.

Indicador	Número de ejercicio	Buscó medir
Valor faltante	1-7	Que el niño encontrará el valor que sustituye a x en una estructura algebraica, y que analizará las partes en las que se divide un entero.
Resolución de problemas	8,9,11,12,14	Que el niño identificará las variables que implicaba un problema y las generalizará para llegar al resultado.
Patrones y Sucesiones	10,13,15	Que el niño identificará los términos que componen la sucesión y encontrará la regla que sigue el patrón, así como la regularidad que existe siguiendo una determinada regla.

Fuente. Elaboración propia

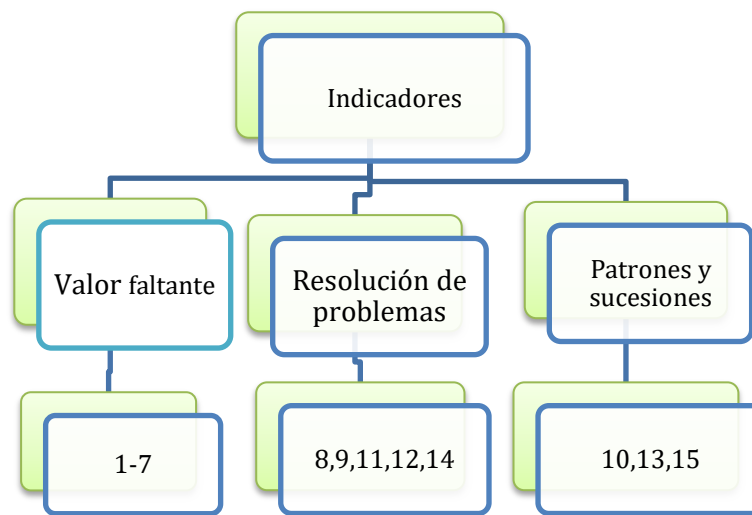
Posteriormente con la finalidad de verificar si la redacción de ejercicios mostraba dificultad para los alumnos fue piloteado con un grupo de niños del mismo grado escolar de una escuela primaria diferente. Los resultados obtenidos revelaron que el instrumento era adecuado para aplicarlo a los niños del grupo de la muestra.

En diciembre de 2018 se aplicó el cuestionario a veintidós niños en un tiempo aproximado de una hora; los resultados obtenidos mostraron que se encontraban en el nivel cero; según la escala de Godino, (2012) este nivel considera que los alumnos se encuentran en el proceso de la aritmetización; es decir en la ausencia del razonamiento algebraico.

Resultados

En este apartado, se describen los resultados obtenidos a partir de la aplicación del instrumento que nos permitió conocer el nivel de desarrollo del razonamiento pre-algebraico en los alumnos de sexto grado. Los indicadores que conformaron el instrumento fueron las siguientes: valor faltante, resolución de problemas, patrones y sucesiones. Véase el esquema 1.

Esquema 1. Indicadores que conformaron el instrumento



Fuente: Elaboración propia.

Para poder efectuar el análisis de los resultados es preciso mencionar cuantos ejercicios conformaron cada indicador del instrumento. En el siguiente cuadro se observa el número de ejercicios por cada indicador.

Cuadro 2. Total de ejercicios por indicador.

Indicador	Ejercicios por variable	Total de ejercicios
Valor faltante	7	154
Resolución de problemas	5	110
Patrones y Sucesiones	3	66

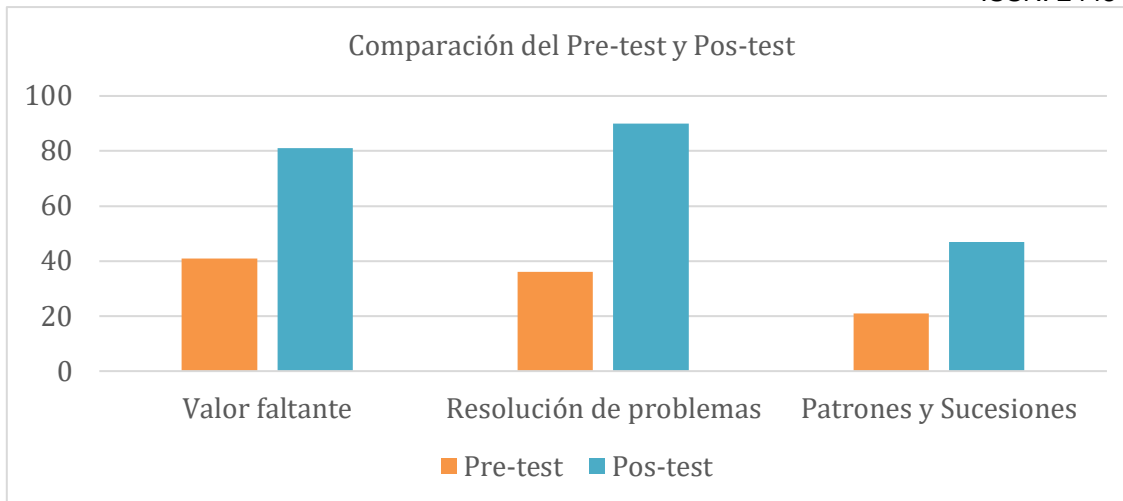
Fuente: Elaboración propia a partir del instrumento realizado para conocer el nivel de razonamiento pre-algebraico.

Como se muestra en el cuadro anterior, en el primer indicador son siete ejercicios los cuales se multiplicaron por el número de alumnos que fueron veintidós, dando un total de ciento cincuenta y cuatro, en el segundo indicador fueron cinco ejercicios con un total de ciento diez y en el tercer indicador fueron tres ejercicios con un total de sesenta y seis. En la siguiente tabla se muestran los aciertos correctos que tuvieron los alumnos en el pre-test y pos-test.

Tabla 1. Aciertos correctos de las tres variables.

Indicador	Pre-test	Pos-test
Valor faltante	41	81
Resolución de problemas	36	90
Patrones y Sucesiones	21	47

Gráfica 1. Resultados del Pre-test y Pos-test



Fuente: Elaboración propia a partir del pre-test y pos-test aplicado a los niños.

Como se puede observar en la gráfica anterior, la diferencia del pre-test y pos-test con base a las tres categorías en las que se basó el instrumento los resultados correctos aumentaron en los tres casos, teniendo un rango mayor en la categoría de resolución de problemas, ésta es una clave para validar que el razonamiento pre-algebraico; resultó favorable para los alumnos, identificaron datos, realizaron las operaciones necesarias y lograron resolver cada problema planteado; seguido de la categoría de ejercicios de valor faltante; se manifestó el razonamiento y en mayor complejidad pudieron resolver problemas que implicaron la ausencia de un valor con cualquier tipo de operación básica, sin embargo; no en su totalidad debido a los ejercicios fraccionarios de valor faltante, aquí es necesario reforzar el tema de las operaciones con fracciones.

Hubo un avance en comparación al pre-test en la que resolvían uno de cada tres ejercicios fraccionarios, después de trabajar las actividades programadas, los alumnos resolvieron dos de cada tres ejercicios. Y finalmente el indicador correspondiente a patrones y sucesiones en la que los alumnos aumentaron los aciertos correctos significativamente, por lo que el razonamiento pre-algebraico permitió ir más allá de un solo indicador del instrumento, mejoró en los tres indicadores de manera considerable.

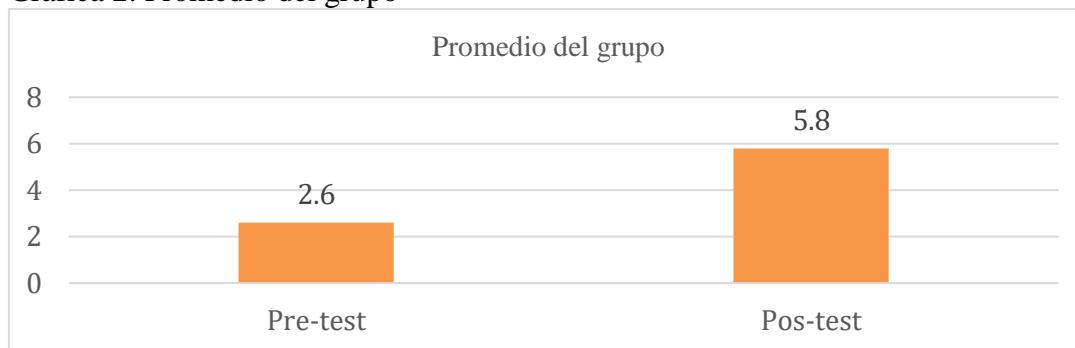
En términos generales los resultados obtenidos a partir de la aplicación del instrumento fueron considerablemente altos y por medio de éstos se puede evidenciar el logro obtenido en cada indicador del instrumento; así como la progresión que se dio de manera general en el promedio del grupo.

En la siguiente tabla se presenta el promedio del pre-test y pos-test aplicado a los alumnos.

Tabla 2. Promedio del grupo obtenido en el pre-test y pos-test.

PROMEDIO	
Pre-test	2.6
Pos-test	5.8

Gráfica 2. Promedio del grupo



Fuente: Elaboración propia a partir del pre-test y pos-test aplicado a los niños.

En la gráfica anterior se muestra el promedio del grupo que se obtuvo del pre-test aplicado, el cual es muy bajo, esto se debió a las calificaciones que los alumnos obtuvieron en el instrumento que se les aplicó en diciembre del 2018, en la que dos de cada diez alumnos pudieron resolver los ejercicios propuestos en el instrumento, y algunos de ellos considerados como los alumnos más destacados del grupo obtuvieron como máxima calificación cinco; en abril del 2019 se aplicó un pos-test en el que se obtuvo un promedio de 5.8, el cual incremento con tres puntos y dos décimas de diferencia, a pesar de seguir siendo una calificación baja, podemos mencionar que el tiempo trabajado el cual fue de ocho semanas resultó productivo, pues cinco de cada diez niños resolvieron el cuestionario, ya que la máxima calificación que obtuvieron algunos alumnos fue de ocho y nueve.

Conclusiones

Las matemáticas constituyen un campo formativo de la educación básica de vital importancia, los resultados que arrojan las pruebas estandarizadas como PISA (2015), El Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE, 2015) y el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA, 2015) muestran que, en promedio los alumnos se encuentran en niveles uno y dos, lo cual implica que de vez en cuando pueden realizar procedimientos rutinarios, tales como operaciones aritméticas en situaciones donde todas las instrucciones les son dadas, pero tienen problemas identificando como una simple situación del mundo real puede ser representada matemáticamente, reconocen objetos y elementos: identificación de hechos, relaciones, propiedades y conceptos matemáticos expresados de manera directa y explícita en el enunciado, solución de problemas simples, escriben y comparan números naturales.

Diversos estudios (Flores, 1998; Alarcón 2006; Blanco 2015) han demostrado que si no existe una adecuada formación en el área de matemáticas en los alumnos que cursan educación básica (primaria y secundaria) les será difícil comprender los contenidos en el nivel educativo medio superior y superior.

El instrumento que nos permitió recolectar información fue un examen diagnóstico tomando como referencia algunos ejercicios de la prueba PLANEA (2015) y de elaboración propia para identificar el nivel de pre-álgebra que tenían los niños; el instrumento fue validado por profesores de matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y de una maestra de la escuela primaria. La elaboración del examen diagnóstico se basó en los siguientes indicadores: ejercicios de valor faltante, resolución de problemas, sucesiones y patrones.

Después de haber trabajado durante dos meses con situaciones didácticas como lo fue la caja de igualdades, juegos de patio y juegos de mesa se puede desarrollar el razonamiento pre-algebraico ya que diez alumnos de un total de veintidós alumnos pudieron resolver correctamente los tres tipos de ejercicios mencionados anteriormente;

en comparación con los resultados obtenidos al inicio, pues cuatro de veintidós alumnos lo pudieron resolver.

A través del pre-test aplicado en el mes de diciembre del 2018, el cual contenía ejercicios de valor faltante, resolución de problemas y patrones y sucesiones pudimos identificar las características de pre-álgebra que los alumnos poseían ubicándolos así en el nivel cero (ausencia de razonamiento algebraico), lo cual implica que pueden intervenir símbolos que refieran a un valor desconocido, pero dicho valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares; de acuerdo a los resultados del pos-test, los alumnos alcanzaron un nivel uno (incipiente de algebrización) en el que intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante lenguajes naturales, numéricos, icónicos o gestuales. En tareas estructurales se aplican relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literario.

Más de la mitad de los niños pudieron comprender la igualdad a partir de los ejercicios de valor faltante, pues obtuvieron un promedio de 2.6 en el pre-test en el cual contenía tres variables de ejercicios como lo fueron ejercicios de valor faltante, resolución de problemas, patrones y sucesiones, además lograron subir a un promedio de 5.8 por lo que demostraron que el trabajo con ejercicios de valor faltante permitió comprender el sentido de la igualdad en diversos contextos.

Con ejercicios de valor faltante se logra desarrollar el razonamiento pre-algebraico en los alumnos de sexto grado de primaria, si estos tipos de ejercicios se trabajaran desde los primeros grados, al llegar al sexto grado, los alumnos podrían resolver ejercicios más complejos. Una línea de investigación que se desprende de este trabajo es trabajar situaciones didácticas que contengan ejercicios de valor faltante, resolución de problemas, patrones y sucesiones adaptados a los primeros grados de educación primaria, propiciaría el desarrollo del razonamiento pre-algebraico en los niños favoreciendo mejores resultados en el área de matemáticas en grados superiores de la educación primaria.

Referencias bibliográficas

Alarcón, M. (2006) *¿Por qué las matemáticas? Una exposición internacional realizada por iniciativa de la UNESCO*. Experiencing Mathematics. Recuperado de: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/Catalogos/CatalogoPorque.pdf>

Blanco J. y Cárdenas J. (2015). "La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria". En Libro. Universidad de Extremadura. España. Recuperado de: http://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es/mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf

Bono, R. (2012). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. Departamento de metodología de las ciencias del comportamiento. Facultad de Psicología. Universidad de Barcelona. Recuperado de: <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D.%20cuasi%20y%20longitudinales.pdf>

De Faria E. (2013). *"I Congreso de educación matemática de América Central y el Caribe"*. En Artículo El pensamiento algebraico en los programas de estudio de matemáticas: una visión integral. CEMACYC. Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado de: http://www.centroedumatematica.com/memoriasicemacyc/Conferencia_paralela,_De_Faria.pdf

Drijvers y Hendrikus (2003). "Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar". Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Universidad de Granada. España. Recuperado de: http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/XVISeiem_Castro.pdf

Flores P. (1998). *"Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje"*. En libro Investigación durante las prácticas de enseñanza. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Tesis/Tesis.pdf>

Godino J. y Aké L. (2012). *"Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros"*. En Artículo Enseñanza de las Ciencias. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. Recuperado de: http://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2014v32n1/edlc_a2014v32n1p199.pdf



ISSN: 2448-6574

González, E. S. (2012). Del lenguaje natural al lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas. Trabajo de tesis presentado para obtener el grado de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf>

PISA (2015). *Assessment Framework Key competencies in reading, mathematics and science*. Recuperado de: <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf>

PLANEA, (2015). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Planea en educación básica. Recuperado de: <http://planea.sep.gob.mx/ba/>

SEP, (2012). Planes y programas de estudio para sexto año de educación primaria. Dirección General de Educación Básica. Recuperado de: https://www.dgespe.sep.gob.mx/reforma_curricular/planes/lepri/malla_curricular

TERCE, (2015). Tercer Estudio Regional y Comparativo. Logros de aprendizaje. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la calidad de la Educación. OREALC-UNESCO. Santiago de Chile. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002435/243532S.pdf>

Videla M, Martínez M. Fernández F. y Flores P. (2011). “*Clasificación de problemas verbales de álgebra elemental a partir de su resolución mediante un modelo geométrico-lineal*”. En Revista Iberoamericana De Educación Matemática. Vol. 25. Núm. Universidad de Granada.